بسمه تعالی

دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی
دانشکده ریاضی

سؤالات امتحان میان‌ترم دانشکده ریاضی

نام درس: مبانی آنالیز عددی	نام استاد: علی ذاکری	ترم تحصیلی: اول ۰۵-۱۴۰۴	زمان امتحان: ۸۰ دقیقه
رشته تحصیلی:	مقطع تحصیلی: کارشناسی	تاریخ امتحان : ۱۴۰۴/۰۸/۱۶	
نام دانشجو:		شماره دانشجویی:	شماره صفحه : 1 از 1

استفاده از ماشین‌حساب مجاز نیست. کلیه محاسبات با چهار رقم اعشاری گرد شوند.

۱. عدد ثابت λ را چنان انتخاب کنید که دنباله بازگشتی $x_{n+1}=\dfrac{\lambda x_n+1-\sin x_n}{1+\lambda}$، روش سریعی برای یافتن ریشه معادله $x+\sin x=1$ نزدیک $x=0.5$ باشد. سپس با شروع از $x_0=0.5$ تقریبی از ریشه معادله را با دقت ۳ رقم اعشاری بیابید.

۲. با استفاده از روش نابجایی(خط قاطع) تقریبی از ریشه معادله $2^x-5x+2=0$ را دربازه $[0,1]$ با دقت دو رقم اعشاری به دست آورید.

۳. فرض کنید در روش تکرار ساده $x_{n+1}=g(x_n)$، g یک تابع لیپ‌شیتز باشد، یعنی عدد ثابت مثبت $L>0$ موجود است، به‌قسمی که $\forall x,y\in D_g:\ |g(x)-g(y)|\le L|x-y|$. اگر n,m دو عدد طبیعی و $L<1$ باشد، آنگاه ثابت کنید:

$$|x_{m+n}-x_m|\le L^{m-j}\frac{1-L^n}{1-L}|x_{j+1}-x_j|,\quad j=0,1,\dots,m.$$

۴. ثابت کنید مرتبه همگرایی روش نیوتن- رافسون برای یافتن ریشه ساده دارای مرتبه همگرایی حداقل دو و برای ریشه‌های تکراری از مرتبه یک است.

۵. با استفاده از روش تکراری نیوتن، تقریبی از جواب دستگاه معادلات زیر را با انجام دو تکرار و انتخاب $\mathbf{X}^{(0)}=\begin{pmatrix}1\\-1\end{pmatrix}$ به دست آورید.

$$\begin{cases}x^2-4xy+2y^2=0.5\\ 3\sin(\pi y)-e^x=-2\end{cases}$$

با آرزوی موفقیت